JEAN BURIDAN ET LA DÉMONSTRATION MATHÉMATIQUE

Bien que les *Premiers* et les *Seconds Analytiques* fussent traduits en latin dès le XIIe siècle, c'est seulement au siècle suivant que ces ouvrages semblent avoir suscité l'intérêt des maîtres médiévaux[1]. Le commentaire sur les *Seconds Analytiques* de Robert Grosseteste, écrit à Oxford dans le premier quart du XIIIe siècle, va rester une référence pour la plupart des commentaires ultérieurs[2]. Au delà des commentaires qui leur sont dévolus, les *Analytiques* exercent une influence décisive sur la conception de la science qui se développe alors dans les universités. Qu'il s'agisse de grammaire, de science naturelle ou d'autres disciplines, le modèle de scientificité est celui de la démonstration telle qu'Aristote l'avait exposé dans les *Seconds Analytiques*. Or dès les commentaires de cette époque, le statut de la démonstration mathématique est à la fois emblématique et source d'interrogations. En réalité, ce statut problématique trouve son origine dans le texte aristotélicien lui-même, qui entretient une relation complexe avec les mathématiques euclidiennes. Lorsqu'il met en place la théorie de la démonstration et de la science, Aristote prend comme modèle les mathématiques. Tel est le cas lorsqu'il évoque l'exigence de connaissances prédonnées[3] ; il donne toujours des exemples mathématiques lorsqu'il évoque les termes principiels (tel que le nombre) ou les propositions premières (axiomes et thèses) ; le terme même d'axiome (principe immédiat dont la possession est indispensable) est d'origine mathématique[4]. Plus encore que les exemples, c'est la conception même de la structure déductive qui doit beaucoup aux mathématiques, considérées ici dans leur forme euclidienne : certains principes étant posés, des conclusions s'ensuivent nécessairement, schéma dont la mise en œuvre requiert définitions, axiomes, postulats ou demandes[5]… La situation est toutefois

---

1. Voir « Aristoteles latinus », *in* N. Kretzmann, A. Kenny and J. Pinborg (eds.) *The Cambridge History of Later Medieval Philosophy*, Cambridge University Press, Cambridge, 1982, p. 45-79, en part. p. 69. ; L. M. De Rijk, « *The Posterior Analytics in the Latin West* », *in* M. Asztalos, J. Murdoch and I. Niiniluoto (eds.), *Knowledge and the Sciences in Medieval Philosophy*, Helsinki, vol. I, p. 104-127.

2. Robertus Grosseteste, *Commentarius in Posteriorum Analyticorum libros*, introduzione e testo critico du Pietro Rossi, Firenze, Leo Olschki, Firenze, 1981.

3. Voir *Seconds Analytiques*, I, 1 : « Tout enseignement donné ou reçu par la voie du raisonnement vient d'une connaissance préexistante. Cela est manifeste, quel que soit l'enseignement considéré : les sciences mathématiques s'acquièrent de cette façon, ainsi que chacun des autres arts ».

4. *Seconds Analytiques*, I, 2, 72 a 17.

5. Voir *Seconds Analytiques,* I, chap. 10. Certes, les *Éléments* d'Euclide, dont la composition correspond par excellence à une telle structure, ont dû être composés au cours du IIIe siècle seulement, mais on admet qu'ils ont dû être compilés à partir de connaissances, voire de traités antérieurs, qu'Aristote a pu connaître.

paradoxale, chez Aristote déjà, puisque si les mathématiques ne lui sont certes pas étrangères, il ne fait pas lui-même œuvre de mathématicien, et en raison de sa conception de la division des sciences, les sciences théorétiques relèvent chacune d'un genre différent. Il fait bien intervenir quelques formulations mathématiques dans le livre VII de la *Physique*, mais de façon limitée. Les sciences naturelles qu'affectionnent Aristote s'accommodent mal d'une démarche axiomatique. Ce paradoxe se reproduit voire s'élargit au Moyen Âge latin. Il semble qu'une bonne partie des mathématiques se soit développée en dehors du cursus universitaire de la faculté des arts. Certes, les premiers commentateurs oxoniens paraissent férus de mathématiques, qu'il s'agisse de Robert Grosseteste ou de Roger Bacon, mais il n'en fut pas de même de tous les maîtres qui par la suite commentèrent les *Analytiques*. Néanmoins, le lien établi par Aristote ne fut pas dénoué. En conséquence, aucune théorie de la science ne put éviter de se confronter au modèle mathématique. Le paradoxe ou la difficulté se redoublent du fait que c'est le syllogisme qui exprime sur le plan formel cette structure déductive qui, combinée avec l'évidence des prémisses, doit procurer la scientificité. La question du mode de scientificité des mathématiques, ou de la nature de sa démonstration, devient donc celle de la nature du « syllogisme mathématique » – alors même que les mathématiques réelles comportent fort peu de syllogismes ! Pourtant, Robert Grosseteste n'hésite pas à écrire : « In solis enim mathematicis est scientia et demonstratio maxime et principaliter dicta »[6].

Jean Buridan, lui non plus, n'est pas un mathématicien, à la différence de Nicole Oresme ou de Jean de Murs. Certes, il rédige quelques questions sur le point ou sur le continu, mais leur objet n'est pas franchement mathématique, et de tels développements restent assez peu nombreux dans son œuvre. Cependant, sa réflexion épistémologique le conduit inévitablement à préciser l'objet et la nature de la science mathématique. Cela se fait parfois dans le cadre de passages consacrés à la division des sciences[7]. Mais il aborde aussi la question du mode de démonstration. On trouve des indications en plusieurs passages de ses *Questions sur les Analytiques*, mais c'est surtout dans le huitième traité de ses *Petites sommes de logique* que ce problème est abordé.

LES MATHÉMATIQUES ET LA DÉMONSTRATION PAR LA RAISON

Jean Buridan examine la nature de la démonstration mathématique dans le cadre du 8^{e} chapitre du traité VIII, le traités sur la démonstration. Ce chapitre porte sur les

---

6. Robert Grosseteste *Commentarius…*, p. 179.

7. Voir Joël Biard, « L'organisation des sciences spéculatives selon Jean Buridan » dans C. Grellard (éd.), *Méthodes et statut des sciences à la fin du Moyen Âge*, Presses universitaires du Septentrion, Lille, 2004, p. 26-40.

démonstrations *propter quid*, les démonstrations par la raison. Dans le 6e paragraphe, Jean Buridan soulève deux doutes au sujet des démonstrations mathématiques. Le premier doute concerne la question de savoir si la démonstration mathématique est une démonstration « par la raison » (*propter quid*), le second celle de savoir si les mathématiques démontrent par la cause formelle. Ce faisant, il amorce une réflexion spécifique sur la démonstration mathématique, qui va au delà des indications que l'on pouvait trouver chez Robert Grosseteste ou Roger Bacon

La première interrogation peut paraître surprenante. Les mathématiques ne sont-elles pas, depuis Aristote, ainsi que nous l'avons dit, le modèle par excellence de la scientificité ? Or la démonstration par la raison est la démonstration par excellence puisqu'elle exhibe la ou les causes. Plus tard, ce statut sera même renforcé par l'idée de *demonstratio potissima* (la démonstration la plus puissante). Rappelons que cette notion, si elle est tirée de quelques passages d'Aristote, doit plutôt son statut privilégié à Averroès, et qu'elle désigne alors une démonstration qui fait connaître à la fois l'être (comme la démonstration *quia*) et la cause (comme la démonstration *propter quid*). C'est en ce sens qu'elle sera utilisée à la Renaissance, et réservée aux mathématiques. Mais assigner à la démonstration *potissima* un statut spécifique, distinct des deux types mentionnés par Aristote n'est pas un usage généralement répandu chez les maîtres des XIIIe et XIVe siècles. Buridan évoque cette conception au cours d'un argument, dans une question sur les *Seconds Analytiques*[8], mais la plupart du temps il utilise l'expression « démonstration la plus puissante » comme synonyme de « démonstration par la cause ». On trouve un passage où il s'explique sur le rapport de ces deux notions :

> […] sciendum est quod aliquando omnes demonstrationes propter quid vocantur « potissimae », scilicet comparando genus earum ad genera aliarum demonstrationum ; aliquando tamen, comparando demonstrationes propter quid ad invicem, non omnes dicuntur potissimae, sed una potior alia ; verbi gratia, ut declaratum est primo huius, demonstratio ostensiva propter quid est potior demonstratione ad impossibile, et demonstratio affirmativa demonstratione negativa, licet utraque sit propter quid, et demonstratio in prima figura demonstratione in secunda figura, ceteris paribus […] [9].

On constate donc qu'ou bien les deux notions sont assimilées, ou bien l'idée de « démonstration la plus puissante » a un sens purement comparatif, plus qu'elle ne désigne une classe particulière de démonstrations.

Mais de ce fait, l'interrogation devient plus paradoxale, car il s'agit de se demander si les démonstrations mathématiques sont bien *propter quid* !

---

8. *Quaestiones in duos Aristotelis libros Posteriorum Analyticorum*, Liber secundus, qu. VII : « […] medium in demonstratione potissima debet dicere quid est et propter quid est, ut videtur velle Aristotiles, secundo hujus ». L'argument immédiatement précédent supposait qu'en mathématiques il y ait des « demonstrationes potissime ». Le texte est cité d'après une transcription réalisée par H. Hubien.

9. *Quaestiones in duos Aristotelis libros Posteriorum Analyticorum*, Liber primus, qu. XXVI.

Les premiers paragraphes de ce chapitre ont précisé comment il fallait entendre que la démonstration « par la raison » est un « savoir par la cause ». Il ne suffit pas de l'entendre en un sens épistémique, au sens où la connaissance des prémisses est la cause de la connaissance de la conclusion. La cause doit avoir ici une portée réelle :

> […] requiritur quod terminus causalis positus in praemissis et conclusione significet causam essendi […][10].

Ainsi, la démonstration « par la raison » de l'éclipse de lune doit faire savoir pourquoi la lune est éclipsée. Je ne dois pas seulement conclure que chaque fois que la terre est interposée, il y a une éclipse, mais qu'il y a une éclipse *parce que* la terre est interposée. Cela se manifeste par la forme causale de la conclusion, qui est rendue possible parce que la majeure est aussi une proposition causale :

> « […] et propter hoc est apponendum praedicatum causale, et cum nota causalitatis »[11].

À la différence de Guillaume d'Ockham, Buridan ne se contente pas d'assimiler démonstration par la raison et démonstration *a priori*. Dans l'exemple de l'éclipse de lune, la seule démonstration *propter quid* est la suivante :

> Omnis defectus luminis in medietate lunae versa ad solem, quandocumque est, est propter terram interpositam etc. ; sed omnis eclipsis lunae est defectus luminis in medietate lunae versa ad solem ; ergo omnis eclipsis lunae, quandocumque est, est propter terram interpositam[12].

On peut néanmoins considérer certaines démonstrations comme étant « par la raison », même si la conclusion et l'une des prémisses n'ont pas une telle forme causale :

> Alia autem pars disiunctivae ponit alium modum, scilicet quod nec oporteat conclusionem esse propositionem causalem, nec aliquam praemissarum, sed quod medium significet appropriate causam essendi ita sicut per conclusionem significatur[13].

La majeure exprimerait alors que la terre est « interposée selon le diamètre entre le soleil et la lune », car cela même exprime la *causa essendi* de ce qui est à expliquer :

> […] esse terram diametraliter interpositam inter solem et lunam *etc.*, quod significatur per medium huius argumenti, est causa propria propter quod luna eclipsatur in oppositione eius ad solem, ipsa existente in capite vel cauda Dragonis[14].

---

10. Johannes Buridanus, *Summulae de demonstrationibus*, éd. L. M. De Rijk, « Artistarium » 10-8, Groningen-Haren, 2001 [dorénavant cité : *Summulae*, VIII], 8, p. 165.

11. *Summulae*, VIII, 8, 1, p. 167.

12. *Summulae*, VIII, 8, 1, p. 167 ; en revanche, le raisonnement suivant est bien *a priori* mais non *propter quid* : « quandocumque est defectus luminis in medietate lunae versa ad solem, luna eclipsatur ; sed quandocumque est terra diametraliter interposita inter solem et lunam, est defectus luminis in medietate lunae versa ad solem ; ergo quandocumque terra est diametraliter inter solem et lunam, luna eclipsatur » (*ibid.*).

13. *Ibid.*, p. 168.

14. *Ibid.*, p. 168.

Buridan remarque qu'Aristote utilise plutôt cette seconde façon d'exprimer la cause ou raison du phénomène. Mais pour sa part il semble préférer la première façon d'exprimer le syllogisme démonstratif par la raison[15].

Si telle est la démonstration *propter quid*, les mathématiques satisfont-elles ces réquisits ? Buridan répond que, certes, c'est ce que semble dire Aristote, mais qu'il lui semble que non !

> Et apparet quod Aristotiles et alii communiter dicunt quod sic. Tamen videtur mihi quod hoc non est, proprie loquendo […][16].

Quelles sont ses raisons ? Il reconnaît que la science des prémisses est bien la cause de la science de la conclusion, mais il rappelle que cela n'est pas suffisant. Nous avons déjà noté que Buridan est soucieux, plus qu'Aristote lui-même ne l'était, de distinguer la causalité épistémique et la causalité réelle signifiée par les propositions entrant dans la démonstration. La première ne suffit pas à qualifier une démonstration de démonstration « par la cause » puisqu'elle est requise par toute démonstration, quelle qu'elle soit. Elle est présupposée par la définition même de la démonstration comme « syllogisme facteur de savoir » ou « produisant un savoir » (*faciens scire*). Mais si l'on cherche un rapport de causalité réelle, on n'en trouve pas dans les mathématiques :

> Sed oportet quod sit causa ad causatum ex parte rerum significatarum per propositiones et terminos, et quod hoc vere sit propter illud ; et hoc non invenitur in mathematicis[17].

La justification passe par des exemples. Le premier est celui de la construction d'un triangle équilatéral à partir d'un segment de droite. On trace deux cercles égaux à partir de chaque extrémité, et le point d'intersection sera le troisième sommet du triangle. On démontre que ce triangle est équilatéral parce que toutes les lignes tracées du centre d'un cercle à sa circonférence sont égales. Cet exemple est soigneusement choisi. Car la démonstration suppose des constructions annexes qui ne font pas partie de l'essence du triangle. Buridan peut donc facilement affirmer que les cercles et leur circonférence ne sont pas la cause de l'égalité des côtés du triangle. On peut pour cela faire appel à la puissance divine qui annihilerait toute surface extérieure au triangle, mais il suffit de supposer « que fût fait seulement ce triangle et que jamais ne fussent faits ces cercles ». La conclusion va de soi :

> Ergo istae lineae, vel eas esse aequales, in nullo genere causae dependent ab illis circulis vel a circumferentiis eorum, vel a ductione earum de centro ad circumferentiam, *etc.*; nec est hoc propter illud, quia etiam esset sine illo[18].

---

15. « His tamen non obstantibus, apparet mihi quod prior modus formaliter concludit et facit scire quod hoc est propter illud ; ideo formaliter et propriissime facit scire conclusive propter quid. Secundus autem modus non est, nisi nota causalitatis subintelligatur vel exprimatur […] » (*ibid.*, p. 169).

16. *Summulae*, VIII, 8, 6, p. 180.

17. *Ibid.*, p. 180.

18. *Ibid.*, p. 181.

À partir de là, Buridan propose un autre exemple qui lui permet, implicitement, de généraliser : il s'agit de la propriété qu'a tout triangle d'avoir trois angles égaux à deux droits. La raison est qu'un angle extérieur est égal aux deux angles qui lui sont opposés. Ici encore « l'angle extérieur n'a aucune causalité sur ce triangle », puisque ce triangle resterait le même si tout ce qui lui est extérieur était annihilé. Ici non plus par conséquent « il n'y a pas de causalité du côté des choses »[19].

Ainsi, en insistant sur les constructions extérieures, Buridan, a révélé le caractère extrinsèque, par rapport aux objets mathématiques, des « raisons » qui fondent la démonstration de leurs propriétés. Il lui reste toutefois à expliquer comment et pourquoi on classe usuellement les démonstrations mathématiques parmi les démonstrations *propter quid.* La première raison est qu'elle procèdent à partir de propositions premières et convertibles[20] ; mais cela ne suffit pas car ce peut être le cas de certaines démonstrations *quia.* La deuxième raison pose une analogie : les démonstrations les plus puissantes dans les autres sciences sont celles qui procèdent de la cause au causé, et elles sont appelées *propter quid* ; dans les sciences mathématiques « où il n'y a pas de différence entre les termes signifiant les causes et les causés », on appellera *propter quid* celles qui sont les plus puissantes ; or dans ce domaine, ce sont celles qui tiennent par les définitions des termes, lesquelles sont connues et admises dans ces sciences, qui sont les plus puissantes. On procède donc ici par pure analogie : on appelle *propter quid* celles qui sont les « plus puissantes », parce que dans les sciences où l'on considère un rapport réel de cause à causé, la plus puissante donne la cause ou raison.

Enfin, une troisième raison nous fait revenir à la causalité épistémique, mais avec des précisions que nous n'avions pas tout à l'heure. La science des prémisses est cause de la science de la conclusion ; mais dans les sciences où la cause est différente de ce qui est causé, si cette priorité correspond à une priorité du côté des choses signifiées la démonstration est dite « par la raison ». Puisque nous n'avons ici aucune distinction réelle entre la cause et le causé, c'est seulement la priorité de la connaissance des prémisses sur la connaissance de la conclusion qui conduit à parler de démonstration « par la raison ».

En somme, on voit que la démonstration mathématique correspond fort peu à l'idée que Buridan se fait d'une véritable démonstration *propter quid* ; c'est seulement par

19. *Ibid.*, p. 181 : « […] non est ibi causalitas ex parte rerum, quoniam angulus extrinsecus nullam habet causalitatem super illum triangulum, nec super illos angulos eius intrinsecos, nec super aequalitatem eorum ad duos rectos, quia nihilominus haec omnia essent, destructo illo angulo extrinseco et omni magnitudine extrinseca illi triangulo annihilata ».

20. Buridan parle de propositions « secundum quod ipsum » ; cette notion est difficile à traduire, elle implique que le sujet soit considéré selon la totalité de ce qu'il est ; voir *Summulae*, VIII, 6, 4, p. 145-147.

analogie que ces démonstrations peuvent être dites telles. En effet, aucune relation de causalité réelle ne fonde ici la démonstration.

LES MATHÉMATIQUES ET LA CAUSE FORMELLE

Le deuxième doute soulevé est le suivant : « Est-ce que les démonstrations mathématiques procèdent par la cause formelle ? » D'une certaine façon, on pourrait penser que la réponse au premier doute rend celui-ci caduc. Toutefois, on a admis que par analogie les démonstrations mathématiques sont *propter quid*, ce qui laisse ouverte la question de savoir « par quelle cause ? ». Surtout, c'est une idée courante que de telles démonstrations procèdent uniquement par la cause formelle, à l'exclusion des autres causes. Nous la trouvons déjà chez Roger Bacon :

> [...] non demonstrantur passiones mathematicae per causam materialem, nec efficientiem, nec finalem, sed tantum per causam formalem[21].

Pour Roger Bacon, dont les *Petites sommes dialectiques* sont de quelques décennies postérieur au commentaire de Robert Grosseteste, dans le syllogisme démonstratif de façon générale la cause doit être cause d'inférence, de preuve et d'être[22]. Or la cause d'être (*causa essendi*) peut être matérielle, formelle, finale ou efficiente et chacune de ces causes peut servir à définir une propriété[23]. Mais n'importe quelle propriété ne peut pas être définie selon n'importe quelle de ces quatre causes ; et Bacon mentionne alors les propriétés mathématiques, qui sont démontrées seulement par la cause formelle, bien que conjointes avec une matière en laquelle elles se trouvent[24]. Il va ensuite développer ce point en montrant comment les autres genres de cause ne sont pas pertinents en mathématiques.

Le point le plus longuement développé est celui qui concerne la matière – bien que Bacon reste ici très éloigné des débats qui surgiront au XVI^e^ siècle, après la redécouverte du commentaire de Proclus sur les *Éléments* d'Euclide, sur la « matière imaginée ». Il a écarté la *materia ex qua* et établi que la définition de la propriété renvoie certes au sujet, mais que celui-ci constitue la matière *in qua*, non *ex qua*. Mais cela demande encore à être précisé. En vérité, le mathématicien ne prend pas en considération la matière en laquelle se trouve la propriété, en tant que *vera materia*, mais, ici encore, seulement de façon « analogique » (*proportionaliter dicta*). En effet, le mathématicien ne considère pas la « vraie matière » de la ligne, par exemple le bois ou l'or, mais il en fait

21. *Summulae dialectices Rogeri Baconis*, III, 1, éd. A. de Libera, *Archives d'histoire littéraire et doctrinale du Moyen Âge*, p. 211.
22. *Ibid.*, § 162, p. 209 : « In [syllogismo] demonstrativo [sunt premissae] causa inferendi, probandi et essendi ».
23. *Ibid.*, § 165 et 169, p. 210.
24. *Ibid.*, § 173, p. 211.

abstraction. La conception du sujet des mathématiques est ici dans la droite ligne de l'abstractionnisme aristotélicien. De la même façon – mais cela peut être réglé plus rapidement – le mathématicien ne considère pas la cause efficiente, puisque la cause efficiente est principe de mouvement et de changement, et que « le mathématicien abstrait ses choses du mouvement et pareillement de la transformation »[25]. Enfin, il ne considère pas la cause finale puisque en mathématiques il n'est pas question du bien, ni de la fin[26]. On a ainsi montré par élimination que la démonstration mathématique ne met en œuvre que des causes formelles. Certes, Bacon a donné peu d'explications positives sur ce point, mais il renvoie à un exemple utilisé un peu plus haut. Il s'agit de l'exemple canonique du triangle et de la propriété d'avoir trois angles égaux à deux droits. Le moyen de la démonstration est ici la définition même du triangle : toute figure plane contenue entre trois segments de droites, ayant un angle extrinsèque équivalent aux deux angles intrinsèques qui lui sont opposés, a trois angles égaux à deux droits ; tout triangle est une figure plane contenue entre trois segments de droites ; donc tout triangle a trois angles égaux à deux droits[27].

Des indications similaires se retrouvent Buridan, Il a précédemment rappelé que les causes d'une même chose sont diverses, puis il a évoqué la cause efficiente et la cause finale du sommeil. Il parlait alors de « savoir *propter quid efficienter* » et de « savoir *propter quid finaliter* »[28]. Mais dans le paragraphe où il s'interroge sur la démonstration mathématique, le lemme initial rapproche d'emblée « par la raison » et « par la cause formelle »[29].

Buridan ne se contente pas de reprendre des thèmes courants depuis un siècle, il va donner à sa réflexion une portée épistémologique plus forte. En un sens, il comprend que l'on ait exclu les autres types de causes, de sorte que la cause formelle se soit trouvée privilégiée. À l'évidence le mathématicien ne prend pas en considération le moteur ou l'agent « selon la raison d'après laquelle il est dit moteur ou agent » – c'est-à-dire que n'est pas ici pertinente la production de la chose, ni son mouvement naturel, par exemple le fait que telle personne ait tracé la ligne. De la même façon n'est pas à prendre en considération la matière (que cette ligne soit faite de bois, de craie, etc.). Il en va de même pour la fin, en quelque sens qu'on la prenne – ni en vue de tel bien, ni de façon générale ce en vue de quoi peut être produite la chose, ce qui n'a pas d'influence

25. *Ibid.*, § 175, p. 211.
26. *Ibid.*, § 176, p. 211.
27. Voir *ibid.*, § 171, p. 210-211.
28. *Summulae*, VIII, 8, 3, p. 174.
29. *Summulae*, VIII, 8, 6, p. 180 : « […] dubitatur utrum ut in plurimum demonstrationes mathematicae debent dici propter quid et per causam formalem, sicut dici consuetum est ».

directe sur ses propriétés mathématiques. Ces arguments sont classiques. Mais alors qu'on en conclut généralement (et qu'on en conclura encore deux siècles plus tard) que seule la causalité formelle est ici pertinente, Buridan va également exclure la forme : « […] nec etiam de forma ea ratione qua dicitur proprie forma informans subiectum et inhaerens sibi vel non »[30].

Cela se justifie par une sorte de mise entre parenthèse du statut ontologique de la chose mathématique, par exemple de la grandeur (*magnitudo*) :

> Nihil enim considerat de magnitudine an sit inhaerens substantiae aut per se exsistens, aut an sit ipsa substantia an distincta a substantia[31].

Buridan se situe dans une perspective générale « abstractionniste » – au sens où il ne saurait reconnaître l'existence séparée de substances mathématiques à la manière platonicienne. L'être réel des *mathematicalia* est celui d'accident inhérents aux substances naturelles. Mais cette question, au fond, n'est pas pertinente pour le mathématicien. Aussi, pour lui, l'objet mathématique n'est pas une « forme », en quelque sens qu'on prenne ce terme : la séparation ou la non-séparation, l'être accidentel ou substantiel, l'identité réelle ou non de l'accident et de la substance, sont autant de questions qui intéressent peut-être le métaphysicien, mais non le mathématicien. Quant aux propriétés de cette « chose » qu'est la grandeur, comme la figure, là non plus on ne se demande pas si c'est ou non une forme inhérente à son sujet. En conséquence, l'idée de « cause formelle » n'a guère de sens, du moins si on la prend en un sens littéral, si bien que, de façon générale, le mathématicien « omnino nihil considerat de entibus an hoc sit causa istius »[32].

Il est vrai qu'en un autre sens le mathématicien prend bien en considération toutes sortes de causes – efficientes, matérielles, formelles et finales –, mais uniquement du point de vue de la grandeur et des nombres : « secundum rationes secundum quas dicuntur magnitudines et numeri ». Par là, Buridan réintroduit sa conception de la non-subsistance réelle des objets mathématiques, qui sont en vérité des accidents (ou des propriétés d'accidents) de substances réelles dans le monde. Mais le mathématicien les considère « sous la raison » (point de vue conceptuel) de la grandeur ou du nombre.

Ainsi, selon le point de vue que l'on adopte, ou bien le mathématicien a affaire (sous le seul point de vue qu'on vient de mentionner) à toutes sortes de causes, puisque les substances naturelles sont justiciables des quatre genres de causes, ou bien à aucune. On ne trouve en tout cas aucun lien privilégié avec la cause formelle, contrairement à ce que posait Roger Bacon :

30. PSL, VIII, 8, 6, p. 183.
31. *Ibid.*, p. 183.
32. *Ibid.*, p. 183.

> Et ideo, proprie loquendo de causis formalibus, nihil plus considerat mathematicus causas formales quam alias causas, nec plus demonstrat per eas quam per alias causas[33].

Cependant, ici encore, Jean Buridan va essayer de trouver une justification à cette idée couramment admise. Curieusement, il va la trouver chez Platon. Platon, en effet, faisait des prédicats quidditatifs, dit Buridan, des formes séparées. C'est pourquoi le nom de « forme » en est venu à signifier de tels prédicats quidditatifs, quoi qu'il en soit de leur statut. C'est pourquoi Aristote appelle « formes » les « parties de la définition », c'est-à-dire les termes qui la composent, à savoir les genres et les différences. Cette appellation est légitime lorsque l'on cherche la forme des substances composées. Mais, dit Buridan, on en est venu à parler de forme pour les termes de n'importe quelle définition[34]. Ainsi, « nous disons de toutes les définitions mathématiques qu'elles sont par la forme ou par des formes ». Et puisque la forme, à proprement parler, est cause – à savoir cause formelle – nous pouvons dire que ces définitions donnent la cause formelle. Or comme les démonstrations mathématiques se font souvent par les définitions, on pourra dire que le mathématicien démontre par la cause formelle. Mais ceci n'est finalement admis par Buridan qu'au prix d'un certain nombre de glissements et de métaphores. Il remarque lui-même que cela ne peut se dire qu'un sens éloigné (*remotiori intentione*).

LES MATHÉMATIQUES ET LA CERTITUDE

Si savoir c'est savoir par les causes, l'affaiblissement du lien entre mathématiques et démonstration par la cause rend problématique le statut d'idéal de scientificité traditionnellement assigné aux mathématiques. Quelles en sont les conséquences en ce qui concerne la certitude du savoir qu'elles procurent ? Car pour Buridan, la certitude est un aspect essentiel de la définition de la science : « […] dicamus scientiam differre ab opinione primo quia oportet omnem scientiam esse cum certitudine et evidentia »[35]. Les questions du mode de démonstration, de la primauté parmi les sciences et de la certitude sont liées. Buridan s'interroge de façon détaillée sur le type de certitude des mathématiques dans une question sur le livre I^er^ des *Seconds Analytiques* : « Utrum mathematicae scientiae sint aliarum scientiarum certissimae »[36]. La réponse positive à la question est attribuée à Aristote dans les *Analytiques* ainsi qu'à Averroès dans son commentaire sur la *Métaphysique*, car c'est lui qui a affirmé que les mathématiques

33. *Ibid.*, p. 184.
34. *Ibid.*, p. 184 : « Et ulterius elargita fuit haec transsumptio, scilicet ad significandum omnes terminos definitionum, quicumque sint illi, nisi manifeste termini definitionis et terminus definitus significent differenter causas et causata ».
35. *Summulae*, VIII, 4, 4, p. 110.
36. *Quaestiones in duos Aristotelis libros Posteriorum Analyticorum*, Liber primus, qu. 25.

sont premières quant au degré de certitude. Robert Grosseteste ne posait pas exactement la question en ces termes, mais exposant un passage où Aristote distingue les sciences selon le risque plus ou moins grand d'y trouver des paralogismes[37] il énumère quatre causes de tromperies. Les trois dernières explications de la « minor deceptio » sont clairement rapportées aux mathématiques ; quant à la première, si ce n'est pas dit explicitement, on peut penser elle sert également à séparer les mathématiques des autres disciplines : le critère est que dans certaines disciplines on argumente toujours de façon syllogistique, par mode et figure, tandis que d'autres ont recours à l'induction et à d'autres modes d'argumentation, réductibles certes aux modes et figures, mais pas immédiatement, d'où les risques accrus d'erreurs. Les mathématiques, par leur mode d'argumentation (1re cause) par l'évidence (la proximité à l'intellect) des « choses mathématiques » (2e cause), par leur universalité (3e cause), par la réduction plus rapide aux principes (4e cause), apparaissent ainsi comme les sciences le plus certaines[38].

La réponse de Buridan à la question de la certitude est plus complexe, et elle passe par la distinction de plusieurs sens en lesquels on peut parler de certitude dans une science.

Le premier s'établit du point de vue de la fermeté et de l'immuabilité du côté des choses signifiées. En ce sens, c'est la métaphysique qui est plus certaine que les autres sciences. Ce sens est paradoxal dans la mesure où il paraît ne pas tenir compte de l'aspect subjectif, ou du moins épistémique de la certitude – mais le concept médiéval de certitude ne s'oppose pas à la vérité comme le subjectif à l'objectif, comme ce sera le cas dans la philosophie moderne. Ce qui certifie la connaissance est ici l'objet lui-même, et la science ayant été définie par Aristote par son caractère éternel et nécessaire, l'immuabilité de la chose est le premier critère.

Le deuxième sens est davantage lié aux procédures de connaissance : une science est plus certaine qu'une autre si ce qu'elle sait (*scibile suum*) laisse moins de place au doute. En ce sens, la science *propter quid* est plus certaine que la science *quia*. Buridan introduit cependant une nuance. Selon l'ordre des raisons, pourrait-on dire, la science par la raison (c'est-à-dire, en toute rigueur, la science qui procède d'une démonstration par la raison) présuppose la science par le fait, donc cette dernière laisse encore place à certains doutes que la première doit lever. En revanche, la science par la raison est plus difficile, de sorte qu'il arrive, « subjectivement » pourrait-on dire, que la science par le fait soit plus évidente et plus certaine que la science par la raison.

37. Aristote, *Seconds Analytiques*, I, 12, 77 b 27-28 ; Robert Grosseteste, *Commentarius…*, I, 11, p. 178.

38. L'idée de certitude n'est pas au premier plan (ce sont les idées d'erreur et de cause d'erreur), mais elle apparaît négativement à propos des sciences naturelles : « Similiter est minor certitudo propter mutabilitatem rerum naturalium » (Robert Grosseteste, *op. cit.*, p. 179).

Le troisième sens est lié à l'évidence des principes. Une science sera donc plus certaine qu'une autre si ses principes sont plus évidents et qu'elle ne présuppose rien d'autre que ces principes. En ce sens aussi, il semble (Buridan est prudent[39]) que la métaphysique soit la science la plus certaine. Les autres sciences en revanche ou bien en dépendent, ou bien font appel à l'expérience ; leur certitude est donc moindre.

Le dernier sens est lié au mode de démonstration, une fois donnés les principes. Il dépend de la rigueur avec laquelle est observée la forme déductive.

Alors que les deux premiers sens ont permis d'établir que ce ne sont pas les mêmes sciences qui sont les plus certaines selon le point de vue adopté, ce sont les deux derniers qui permettent de préciser quelle est la certitude des mathématiques. Selon une thèse que l'on retrouvera constamment par la suite, c'est du point de vue de la démonstrativité, du mode de démonstration, que les mathématiques sont la science la plus certaine. Cette thèse, qui se fonde sur l'idée que c'est la procédure hypothético-déductive qui satisfait le mieux les exigences de la démonstration telle qu'elle a été reçue dans la tradition philosophique, ne débouche pas ici sur l'opposition entre une primauté de telle ou telle science du point de vue de l'objet et une primauté de telle ou telle autre du point de vue de la certitude, comme on l'aura chez Blaise de Parme un demi-siècle plus tard[40], mais sur différents types de certitude. Il n'empêche que le lien classique entre certitude de la démonstration et mathématiques est préservé par Buridan, comme il le sera jusqu'aux débats du XVIe siècle :

> Et tunc esset concedendum quod mathematicae demonstrationes essent in primo gradu certitudinis, quia demonstrationes mathematicae maxime observant formam syllogisticam et modum, et maxime sunt ex propriis mediis.

Cependant, cet aspect est nettement contrebalancé par ce qu'il dit de la « certitude des principes ». De ce point de vue, c'est encore la métaphysique qui est la plus certaine. Cette primauté est exprimée en comparaison des sciences naturelles, mais Buridan ajoute que selon ce critère les mathématiques aussi sont très incertaines : « Credo etiam quod isto modo mathematica scientia est multum incerta »[41].

Quelles sont les raisons de ce manque de certitude ? De façon générale, on peut évoquer la subordination à une science supérieure d'où les principes seraient reçus. Dans ce cas, il ne se peut agir que de la métaphysique. Cela n'empêcherait cependant pas la certitude, si les principes reçus étaient eux-mêmes certains, que cette certitude fût première (comme celle du principe d'identité) ou qu'elle dût être établie ailleurs que

---

39 « Et tunc credo quod concedendum sit… », *Qu. Anal.*, I, 25.

40. voir *Questiones Blaxii de Parma super tractatus loyce magistri Petri Hyspani*, I, 2, éd. Joël Biard et Graziella Federici Vescovini, Vrin, Paris, 2001.

41. Jean Buridan, *Quaestiones in duos Aristotelis libros Posteriorum Analyticorum*, Liber primus, qu. 25.

dans les mathématiques elles-mêmes. Mais Jean Buridan ne s'arrête pas là. Il évoque des présupposés qui, dit-il, ne sont pas admis pas tout le monde, et dont l'évidence ne va pas de soi. Ces présupposés sont de nature ontologique. Il s'agit notamment de l'hypothèse du continu :

> et etiam multae conclusiones mathematicae indigent expositione eius quod est dubium et a multis non concessum, <ut> scilicet quod linea non sit composita ex punctis[42].

Certaines démonstrations mathématiques présupposent le continu (par exemple l'opération de diviser une ligne en deux parties égales ne serait pas toujours réalisable si la ligne était composé d'un nombre pair de points) ; mais les mathématiques ne peuvent le démontrer. Est-ce à dire que la métaphysique fonde cette procédure, en démontrant une telle hypothèse ? Rien n'est moins sûr car bon nombre de maîtres ne justifient le continu que parce que l'hypothèse opposée est incompatible avec les mathématiques. Cette science paraît donc ici suspendue à une hypothèse forte, dont la seule validité serait opératoire.

Cela n'est pas surprenant étant donné ce que l'on sait par ailleurs de l'approche buridanienne des mathématiques. Ce qu'il faut souligner à propos de ce passage sur la certitude, c'est que Buridan ne termine pas son exposé sur le quatrième et dernier mode, celui d'après lequel les mathématiques sont les plus certaines, mais qu'il récapitule en soulignant plutôt leur incertitude relative – immédiatement après le passage précédemment cité :

> Et si est dubitatio in huiusmodi demonstrationibus mathematicis, est maxima certitudo ex suppositione principiorum, et est tamquam certitudo condicionalis quod si ita est sicut <principia ponunt, ita est sicut> conclusio ponit.

La certitude est donc conditionnelle. Certes, chez Aristote aussi, la certitude d'une démonstration dépend de la nature des principes. Mais les principes doivent être nécessaires, si possible évidents par soi ou, à défaut, démontrés ailleurs. Ici le caractère hypothético-déductif glisse vers le conditionnel. La physique également, selon Jean Buridan, est dotée d'une évidence conditionnelle : il s'agit d'une évidence selon le cours de la nature. Avec les mathématiques cependant, il ne s'agit pas du même type de supposition, mais d'une position quasi-ontologique (*quasi* non pas au sens de *presque* mais de *comme si*), une présupposition de la nature de l'objet qui n'est pas fondée métaphysiquement mais dans les seules procédures mathématiques elles-mêmes.

CONCLUSION

Buridan ne sauve les thèses traditionnelles sur la démonstration mathématique qu'au prix de réinterprétations draconiennes qui les vident de leur sens initial : cela vaut aussi

42. *Ibid.*

bien pour le caractère *propter quid* que pour la définition par la cause formelle. L'absence de relation entre cause et causé du côté des choses signifiées confère un sens métaphorique à l'idée de démonstration par la raison, *propter quid*, laquelle devrait, au sens strict, exhiber la cause réelle du phénomène (ou de la relation sujet/propriété). Le caractère extérieur et artificiel des constructions annexes, indispensables dans un certain nombre de démonstations géométriques, montre bien que ce ne sont pas de telles relations qui sont en jeu dans les propriétés mathématiques. Il n'est pas non plus question ici de cause formelle au sens strict, l'objet n'étant pas une substance, du moins considérée en tant que substance ; la forme est ici le prédicat essentiel exprimé dans la définition qui sert de moyen.

La principale conséquence est que le lien entre la conception de la science et le modèle mathématique – lien étroit dans la tradition péripatéticienne – tend à s'affaiblir. Si la démonstration est le syllogisme qui fait savoir, et si savoir c'est savoir par les causes, la cause doit être envisagée au sens propre selon le modèle de la causalité naturelle. Or une telle causalité n'est pas appropriée au sujet de la démonstration mathématique.

Par suite, il en résulte à une appréhension originale du statut des mathématiques. Certes, Buridan s'inscrit dans la tradition « abstractionniste » héritée d'Aristote, mais si la conception causale de la démonstration ne s'applique qu'analogiquement à la démonstration mathématique, c'est dû au statut des *mathematicalia* et à la démarche du mathématicien. Les idées mathématiques n'ont pas d'être séparé, de sorte que, d'un certain point de vue, les propriétés mathématiques sont les propriétés d'accidents qui, ontologiquement, sont inhérents à des substances. Mais cela n'intéresse en rien le mathématicien. Le mathématicien, dans ses démonstrations, procède à des constructions qui ne sont pas contenues dans l'essence des « choses mathématiques » (le sujet des propriétés à démontrer). Par là, Buridan manifeste une fois de plus une conception opératoire des mathématiques que l'on retrouve en plusieurs autres parties de son œuvre[43]. C'est parce que le mathématicien construit des cercles, ou trace une ligne qui prolonge un côté, qu'il peut démontrer telle ou telle propriété du triangle. Ces propriétés ne sont pas plus intrinsèques à la forme du triangle qu'elle ne sont accidentelles ; de telles catégories sont ici inadéquates Ainsi se manifeste une conception originale pour l'époque du statut et des procédures des mathématiques, qui va au delà de la seule interrogation, courante, sur le statut de substance ou d'accident du sujet des mathématiques, et qui donne un sens opératoire à l'idée d'imagination mathématique.

43. Voir Joël Biard, « L'être et la mesure dans l'intension et la rémission des formes (Jean Buridan, Blaise de Parme) », dans *Medioevo*, XXVII (2002), p. 415-447 ; « L'organisation des sciences spéculatives selon Jean Buridan » dans C. Grellard (éd.), *op. cit.*, p. 26-40.

Cela se paie d'une redéfinition du mode de certitude des mathématiques. Certes, Buridan, conserve l'idée selon laquelle les mathématiques sont la science la plus certaine du point de vue du mode de démonstration, c'est-à-dire de la forme déductive. En revanche, il introduit plusieurs sens d'après lesquels une science peut être dite certaine, et le sens dans lequel les mathématiques tiennent la première place n'est qu'un sens possible parmi quatre. Or sa présentation tend à relativiser, sinon à minimiser cette certitude la plus haute qui contribuait au statut de science idéale assigné aux mathématiques dans les traditions platonicienne et aristotélicienne.

Est-ce à dire que Buridan minimise la place et la fonction des mathématiques ? Ce n'est pas sûr. Peut-être le statut qu'il leur confère, plus extrinsèque à l'essence des choses et aux relations de causalité, défini à partir de procédures opératoires telles que la mesure, est-il tout simplement plus adapté aux fonctions que les mathématiques assument dans de nouvelles formes de relation avec la philosophie naturelle – qu'il s'agisse de l'analyse de l'intension et de la rémission des formes ou des traités sur les rapports dans les mouvements.